

ドミノ倒しの速度に関する考察

楠賢 原将巳

【概要】

任意の間隔で並べたドミノが倒れていくときの速さについて考察したところ、一つのドミノが次のドミノに当たるまでの間の角加速度を求める微分方程式が得られた。しかしその式を解析的に解くのは難しいため、オイラー法を用いて数値計算を行い、グラフを作成した。

このグラフが正しいことを確かめるために、実際に間隔を 2cm と 1.5cm に設定し実験を行った。その結果、計算値と測定値はほぼ一致した。

When we consider the speed of dominoes arranged at an optional distance, we got the differential equation about angular acceleration of dominoes. We made numerical calculation with this equation and made a graph. As a result, the measured value and calculated value are much the same.

【研究動機】

この研究を始めたのは、小さいころによく遊んでいたドミノを今になって見つめなおすととても興味深く、ドミノ倒しの速度には何らかのパターンがあるのではないかと思ったからである。

【研究目的】

研究の目的は、ドミノ倒しの速度の移り変わりについて考察し、ドミノの条件にかかわらずそれを統一的に表すことを可能にすることである。その考察が正しいか検証するため、実際に実験し結果を比較する。

【仮説】

ドミノの速度は条件ごとに次第に一定に近づき、最終的にはそれぞれの終端速度に達する。

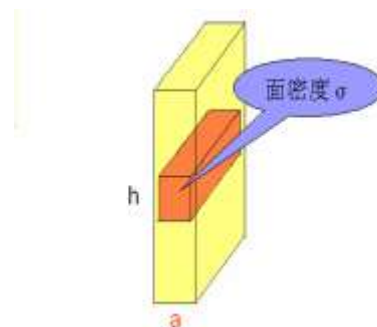
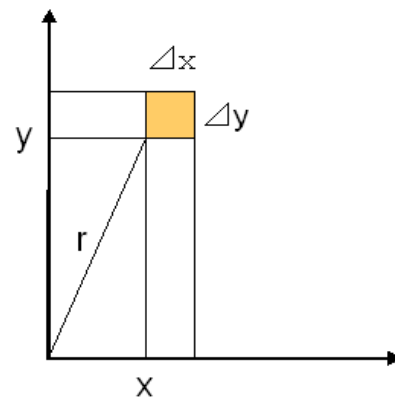
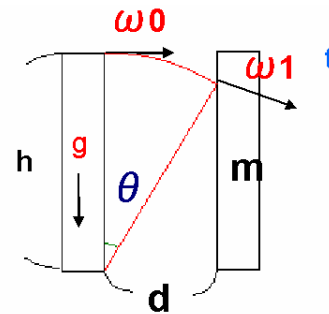
1) 間隔 2cm 個数 21 個

ドミノが次のドミノにぶつかるまでの運動は回転運動だと考えられる。

このときドミノに働く力のモーメント N は、重心が中心にあるとして、

$$N = \frac{mg \sin \theta}{2}$$

このドミノの中の非常に小さい点を考える。



この点の質量 Δm は、

$$\Delta m = \sigma \Delta x \Delta y$$

回転の中心からの距離は r で三平方の定理より、

$$r^2 = x^2 + y^2$$

このとき慣性モーメント I は、

$$I = \sum m_i r_i^2$$

の公式より

$$I = \sum \Delta m r^2$$

$$= \sum \sigma \Delta x \Delta y (x^2 + y^2)$$

これを計算して、

$$I = \frac{ah\sigma(a^2 + h^2)}{3}$$

ここで

$$m = ah\sigma$$

なので、

$$I = \frac{m(a^2 + h^2)}{3}$$

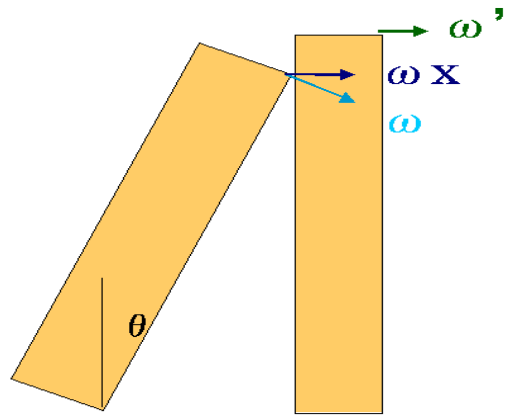
また、回転運動の公式

$$N = I\beta$$

より角加速度は、

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{3gh \sin \theta}{2(a^2 + h^2)}$$

という微分方程式を解くことで求められると
考えた。



このとき、ドミノは前のドミノがぶつかった
速さより一定の倍率で遅くなり、
さらに当たった位置に比例して動き出すと仮
定した。ここで、吸収する倍率を e とおく。
また当たった位置の高さの割合は $\cos \theta$ で表
せる。

このことを式で表すと、

$$\omega' = e \omega_x \cos \theta$$

また、

$$\omega_x = \omega \cos \theta$$

より

$$\omega' = e \omega \cos^2 \theta$$

この式を用いて理論値を計算した。

【実験器具】

自作の装置



市販のドミノ (材質…木 縦 1.5cm 横 2.5cm
高さ 7.5cm)

ハイスピードカメラ (スローモーションで撮
影できるカメラ)

【実験方法】

(1) まず、一種類のドミノを直線状に 2cm の間隔で 21 個並べ、その速度の加速の様子をハイスピ

ードカメラを用いて撮影する。その映像からドミノが次のドミノに当たるまでの時間を計り、それぞれの区間での平均の速さを調べる。データからグラフを作成し、それからどのように速度が変化するかを調べ、考察上での計算値と測定値を比較した。

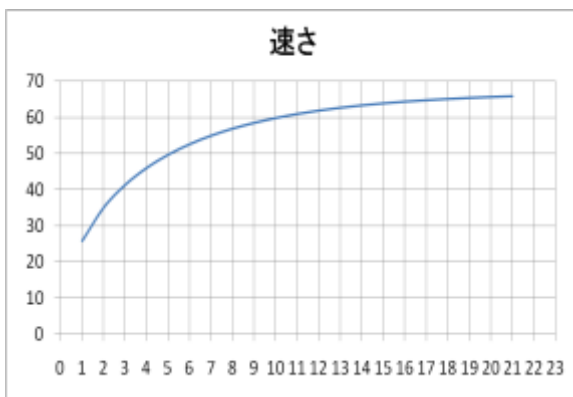
(2) (1) の結果、計算値と測定値がほぼ一致したため、同じドミノを用いて間隔を 1.5cm に狭め、個数を 41 個に増やして (1) と同様に区間ごとの平均の速さを調べた。さらにグラフを作成し計算値と測定値を比較した。

【実験結果】

(1) 間隔 2cm, 個数 20 個
 $e=0.99$ として計算した



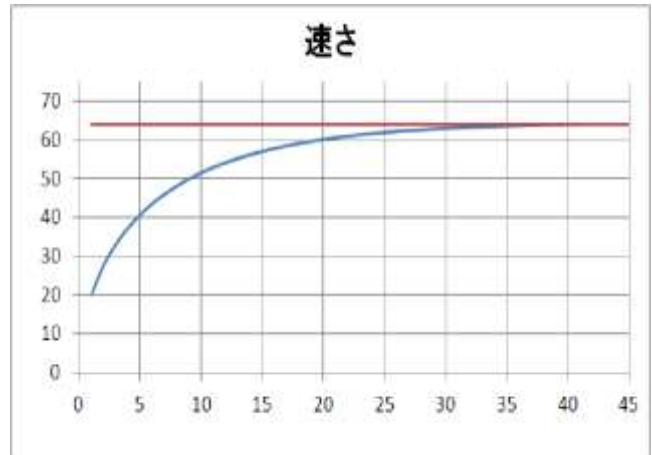
グラフ 1 : 計算値 1



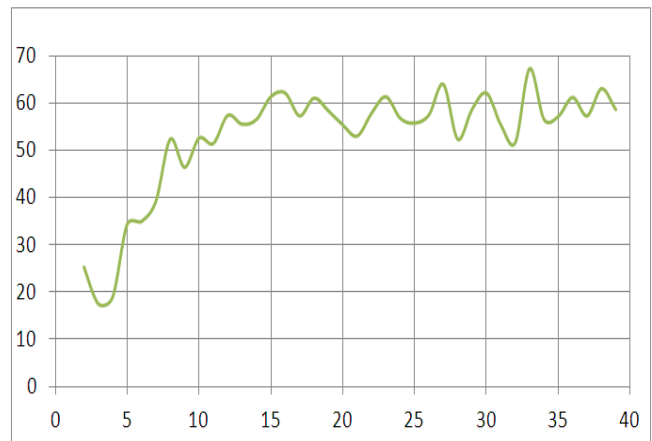
グラフ 2 : 測定値 1
これはほぼ一致している。

(2) 間隔 1.5cm 個数 41 個

同様に $e=0.99$ で計算した。

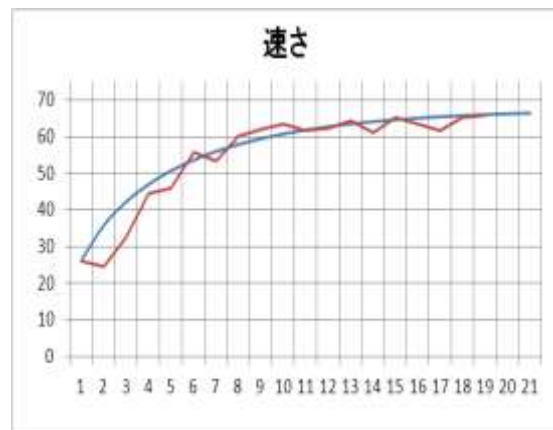


グラフ 3 : 計算値 2

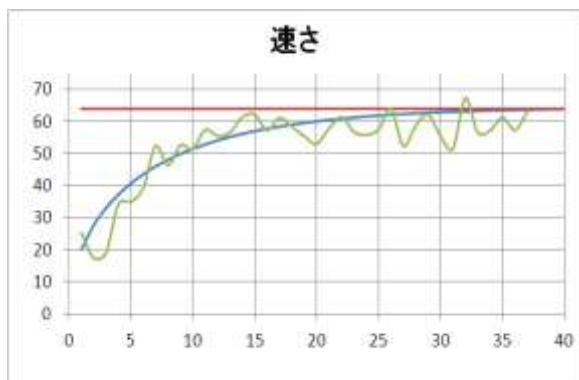


グラフ 4 : 測定値 2

【考察】



グラフ5：グラフ1，2の重ね合わせ



グラフ6：グラフ4，5の重ね合わせ

(2)の測定値のグラフは実験回数が少ないためばらつきが大きい。しかし、計算値のグラフと大きな差はないため、実験回数を増やすと計算値のグラフに近づくと考えられる。

【結論】

今回の実験より、このドミノの間隔を変えてもこの理論値は概ね当てはまっていると思われる。しかし今回の実験だけでは実験回数が少ないためそれを断言することはできない。よって実験回数を重ねてデータを増やすことが今後の課題の一つである。

また、別のドミノに対して同様に計算できるかは全く確証がないため、ドミノを変えて実験し計算値と比較して、考察が正しいことを証明することも課題である。

【感想】

この研究を通して、我々は、日常的なものを題材として論理的に突き詰めていき、それを科学的に表現するということを学んだ。幾度かの失敗を繰り返し、最終的に現在の考えに辿りついた喜びは筆舌に尽くしがたいものだった。この経験を将来に活かせばいいと思う。