ヘロンの噴水

狩野　芳信　　亀井　大誠　　竹治　勇人

【概要】

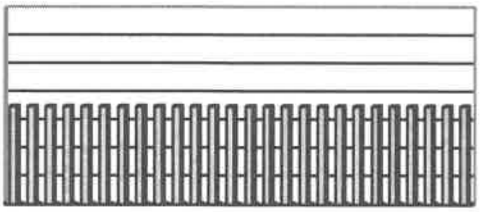
電気やモーターなどの動力を使わずに噴水を起こすことのできる「ヘロンの噴水」という装置に興味を持った僕たちはその仕組みについての研究を始めることにした。「ヘロンの噴水」とは 2000 年以上前にギリシャのヘロンが考え出した高いところにある水がもつ位置エネルギーを利用して噴水を起こす装置である。僕たちはまず各容器の高さ、管の内径の大きさ、噴出孔の内径の大きさと噴水の高さや継続時間との関連性を調べた。そして次に、それらの結果をもとに、通常ならば時間とともに下がってしまう噴水の高さを常に一定にする装置を考え、作った。

We interested in the device "Fountain in Heron" that was able to set up the fountain without using the power such as electricity and motors decided to start the research of the mechanism. "Fountain in Heron" is a device that sets up the fountain by using the potential energy of the water that exists Heron's in Greece having begun to think 2000 years or more ago high. First of all, we examined the relation among the height of each container, the height of the size of the inside diameter of the tube, the size of the inside diameter of the gush hole, and the fountain, and the continuance time. And, it thought about the device that always made the height of the fountain that fell at time constant, and it made it as follows in case of usually based on those results.

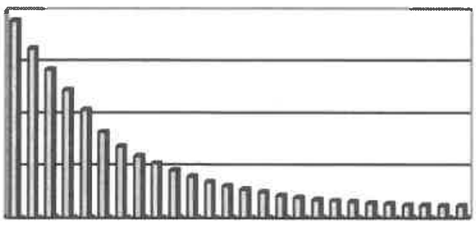
【実験方法】

まず、噴水の高さは何によって決まるのかを知るために、噴水が起きている最中の A, B, C 各容器内の水面と噴水の高さの変化をデジカメに撮り、十秒ごとの高さを計測しグラフにする。

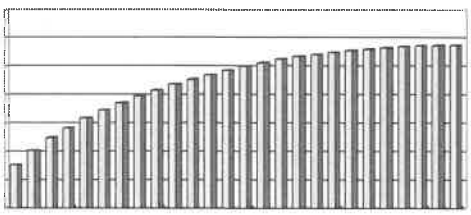
・各容器内の水面と噴水の高さの変化



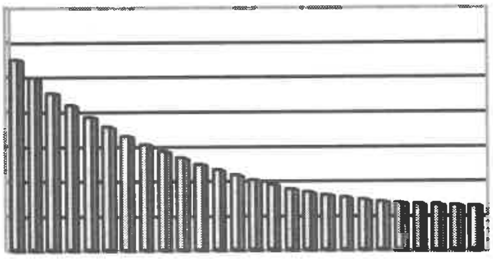
容器 A 内の水面の高さ



噴水の高さの変化



容器 B 内の水面の高さ



容器C内の水面の高さ

以上の結果から僕達は次のような仮説を立てた。

【仮説】

・ 噴水の高さは各容器内の水面の高さに関係しており、B内の水面が上がり、C内の水面が下がるにしたがって、噴水の高さが下がる。

・ B,C 内の水面の高さと噴水の高さが上図のような曲線を描くのは、

時間がたつにつれて B 内の水面が上がり、C 内の水面が下がる

↓

噴水の高さが下がる（一定時間に噴水として出る水の量が減る）

↓

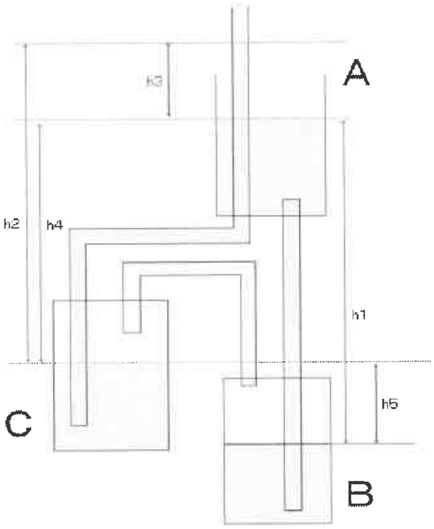
A 内の水量は常に一定より、A から B に落ちる水量が少なくなる

という過程により、時間がたつにつれてB内の水面の上昇速度とC内の水面の下降速度が減少するためである。

噴水の高さが各容器内の水面の高さに関係しているということを確かめるために次のような実験をした。

＜実験１＞

噴水の高さ、各容器内の水面の高さを測り、その関連性を調べる。その際、各容器内の水面と噴水の高さは時間とともに変化し、その変化以外でも、噴出口を真上に向けることによって、噴水として出た水が上から落ちてくる水とぶつかり、噴水の高さが不規則に変化し一定にならないので、下図のように噴出口を作らずに、噴水管をそのまま十分な高さまで上に伸ばした。噴水を押し出すはずだった力の分だけ水柱が押し上げられるので、その水柱の頂点を噴水の頂点と考えた。



A,B,C 各容器の高さをどのように変化させても **h１＝h２** が成り立つことが分かった。また、h１＝h５＋h４　、h２＝h３＋h４より　**h３＝h５**

つまり、噴出口を水面の高さに合わせた場合、B 内の水面と C 内の水面の高さの差が噴水の高さとなる。

次に各容器をつなぐ管の内径の大きさと噴水の高さを調べるために次の実験をした。

＜実験２＞

下図のように

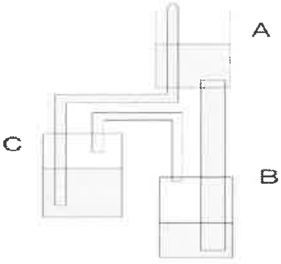
(i)　水通し管（AB 間の管）だけ内径０．９ｃｍの管を使い、それ以外は内径０．５ｃｍの管を使う。

(ii)　空気通し管（BC 間の管）だけ内径０．９ｃｍの管を使い、それ以外は内径０．５ｃｍの管を使う。

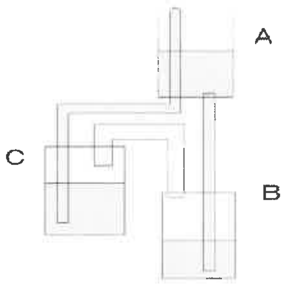
(iii)　噴水管（CA 間の管）だけ内径０．９ｃｍの管を使い、それ以外は内径０．５ｃｍの管を使う。

(iv)　全ての管に内径０．９ｃｍの管を使う。

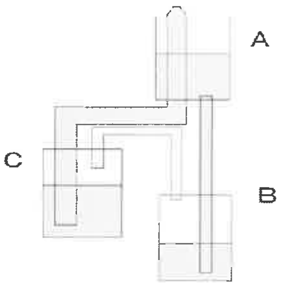
これらの条件で噴水を起こし、全てに内径０．５ｃｍの管を使った時と噴水の高さを比較する。（※ただし、各容器の水面の高さなど、管の内径以外の条件は同じにする。）



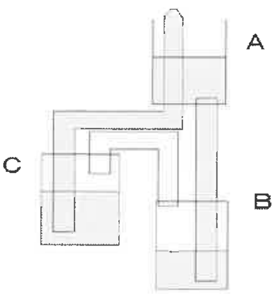
（ｉ）



（ⅱ）



（ⅲ）



（ⅳ）

＜実験２、結果＞

（ｉ）、（ⅱ）、（ⅲ）、（ⅳ）のすべての条件で、噴水の高さは、全てに内径０．５ｍｍの管を使って起こした噴水の高さに一致した。

次に、噴出口の内径の大きさが、噴水の高さや継続時間にどのように影響するのかを調べた。

＜実験３＞

内径が０．８ｍｍ、１．１ｍｍ、２．０ｍｍの噴出口を使い、それぞれの、噴水の高さと継続時間を比較する。（※噴水の継続時間は水２００ｍｌが噴水として出るまでにかかった時間とする。また、噴出口の内径以外の条件は同じにする。）

＜実験３、結果＞

（ｉ）内径０．８ｍｍのとき

噴水の高さ　２６．０ｃｍ

継続時間　　１８６秒

（ⅱ）内径１．１ｍｍのとき

噴水の高さ　１５，５ｃｍ

継続時間　　１１７秒

（ⅲ）内径２．０ｍｍのとき

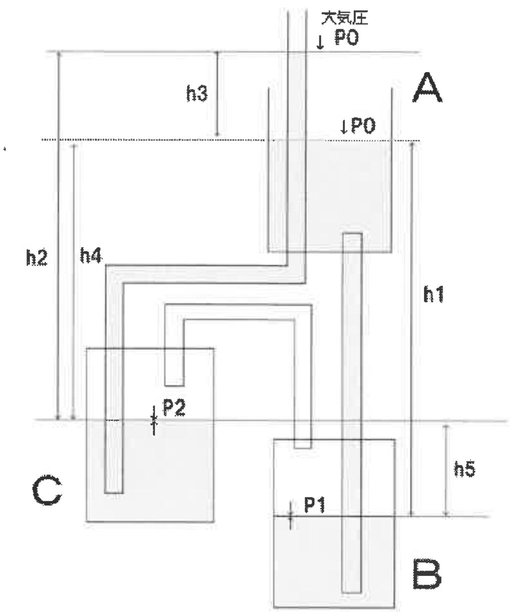
噴水の高さ　８．０ｃｍ

継続時間　　４９秒

この結果から

・噴出口の内径が大きければ、噴水の高さは低くなる。また、単位時間に流れ出す水量は多くなり、噴水の継続時間は短くなる。逆に、噴出口の内径が小さければ、噴水の高さが高くなる。また、単位時間あたりに流れ出す水量は少なくなり、噴水の継続時間は長くなる。

【考察】



下図において、外気圧をＰ０、水の密度をρとするとＢ内の水面にかかる圧力Ｐ１は

$$P1 = P0 + \rho g h1$$

C内の水面にかかる圧力P２は

$$P2 = P0 + \rho g h2$$

上の式より各容器内の水面にかかる圧力は管の内径の大小には関係なく、したがって<実験２>の結果の通り、管の内径の大小は噴水の高さに影響しないと考えられる。

また、<実験１>で得た結果を下図をもとに考える。

Bの容器とCの容器は空気通し管でつながっているので

$$P1 = P2$$

よって$h1 = h2$

このことから<実験１>の結果の通り、噴水の高さは各容器内の水面の高さによって決まると考えられる。

これまでの実験の結果から、B,C 内の水面の高さを一定にすることができれば、常に一定の高さの噴水を起こすことができるのではないかと考えた僕達は、自分達で実際にその装置を考え、作ってみることにした。

【改良版ヘロンの噴水の制作】

材料：内径０．５ｃｍのゴムチューブ

内径０．３ｃｍのガラス管

高さ１３ｃｍ、内径６ｃｍの円柱型容器（ふたあり）×３

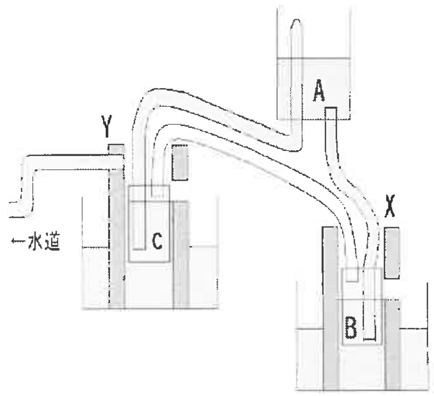
高さ２０ｃｍ、内径２２ｃｍの円柱型容器（ふたなし）×２

内径０．８ｍｍのキャップ（噴出口）

工具、用具：

接着剤、パテ、電動ドリル、カッター

僕達が作った装置



概略図

<装置の仕組み>

図のように容器Bを水を入れた円筒Xの中に入れ、容器Cを水を入れた円筒Yの中に入れる。噴水を起こしてから、時間がたつにつれて容器B内の水量が増え、沈み込んでいる体積が増えて、円筒 X 内の水面があがるが、あがった分の水が円筒Xの側面に開けた穴から落ちるので、水面の高さは穴の高さで一定となる。また、容器Cでは時間とともに中の水量が減り、沈み込んでいる体積が減り、円筒Y内の水面が下がるが、蛇口につないだゴムチューブから減った水量以上の水を絶えず補給することによって、容器Bと同様に、側面に開けた穴の高さで、水面の高さは一定になる。

<結果>

常に一定の高さの噴水を起こすことができた。

また実験中に噴水がきれいな放物線を描いているのを見て、流体である水の運動も僕達が普段物理で使う物理法則に当てはまるのだろうかと疑問を持ち、調べることにした。

【追加実験】

＜実験方法＞

まず、B の容器の側面に０～２００ｍｌの目盛りをつけ、２００ｍｌの水が噴水として出るまでの時間を測り、あらかじめ測っておいた噴出口の内径の面積を用いて、次のように噴水の初速度（水が噴出口から出た直後の速度）を調べる。

（※計測中に噴水の高さが変わらないように、先の実験で作った噴水の高さを一定にする装置を使った。）

$W(m^3) \div S(m^2) \div t\ (s) = V_0\ (m/s)$ （式1）

W：噴水として出た水の体積（この実験では２００ｍｌとする）

S：噴出口の内径の面積

t：２００ｍｌの水が噴水として出るまでにかかった時間

V_0：噴水の初速度（鉛直上向き）

ここでエネルギー保存則$mgh = 1/2mv^2$より

$$V_0 = \sqrt{2gh} \quad \text{（式2）}$$

g：重力加速度（$9.8m/s^2$）

h：噴出口から噴水の最高点までの高さ（式1）で求めたV_0の値と（式2）で求めたV_0が一致するかをみる。

＜実験結果＞

① $W = 2.0 \times 10^{-4}$

$S = 7.8 \times 10^{-7}$

$t = 360$

$h = 5.0 \times 10^{-2}$

よって$V_0 = 0.94$

$\sqrt{2gh} = 0.99$

② $W = 2.0 \times 10^{-4}$

$S = 9.4 \times 10^{-7}$

$t = 250$

$h = 3.3 \times 10^{-2}$

よって$V_0 = 0.86$

$\sqrt{2gh} = 0.81$

③ $W = 2.0 \times 10^{-4}$

$S = 9.4 \times 10^{-7}$

$t = 110$

$h = 1.7 \times 10^{-1}$

よって$V_0 = 1.92$

$\sqrt{2gh} = 1.84$

④ $W = 2.0 \times 10^{-4}$

$S = 2.5 \times 10^{-7}$

$t = 82$

$h = 5.0 \times 10^{-2}$

よって$V_0 = 0.99$

$\sqrt{2gh} = 0.98$

【考察】

・上の結果では、微小な誤差はあるものの、ほぼエネルギー保存則は成り立っており、流体である水の運動も物理法則に従うということがわかった。

・誤差が生じた原因の一つとして、水は管内では側壁との摩擦によって一様に流れておらず、側壁に接している部分の水の流れが少し遅くなるので、噴出されたときに側壁が無くなり、速度傾斜が無くなることで噴水の内径が噴出口の内径よりも小さくなった、ということが考えられる。