

力学の公式を検証する～計算値と実測値の違い～

北原 元貴

久米 真也

<はじめに>

- ・ 学校の授業で力学を学習して理解していくにつれて、実際に現実の世界で起こる現象をいままでに習った知識を利用して推測できないかと思った。そして、この実験をどうして現実世界との誤差やその原因がどんなものかを調べたかった。

<方法>

- ・ この実験は「衝突」「反発係数」「水平投射」「力学的エネルギーの保存則」の要素を含み、これに伴って使用する公式なども増えるが、運動自体はシンプルなので、誤差の原因を推測しやすいと思ったから。

<結果>

- ・ 最初に立てていた仮説どおりになったものもあるが、決定的に計算で求めた数値などとずれていたものもあった。ただその原因は推測可能な範囲にあったため、おおむね成功と言えるものだった。

<まとめ>

- ・ 高校で扱う力学のほとんどが質点とよばれる大きさを持たず、質量だけを持つ理想のものなので高校で習った公式だけでは現実世界の運動を正確に予測することは限りなく不可能に近かった。

<展望>

- ・ 今の時点では現実世界の運動を予測できないが、この高校で習ったことが土台となり、これから大学などで知識を深めることによって、具体的にはミサイルの着弾点などの軍事分野やビリヤードなどの日常的なものまで幅広く利用できる。
- ① 実験に使用する球どうしを重心と重心でぶつけるために、ぶつけられる球を固定して、角度と高さを調節できる器具を作る



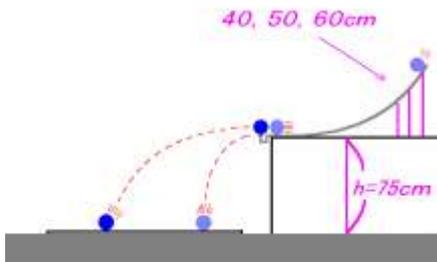
② レールとレールの連結部分を滑らかにした器具を作る



③ ①、②の工夫をほどこした装置を水平な台にセットして、床に模造紙とカーボン用紙を置いて、球の着地点がわかるようにする



④ レール上にピン球を転がして実験スタート！！

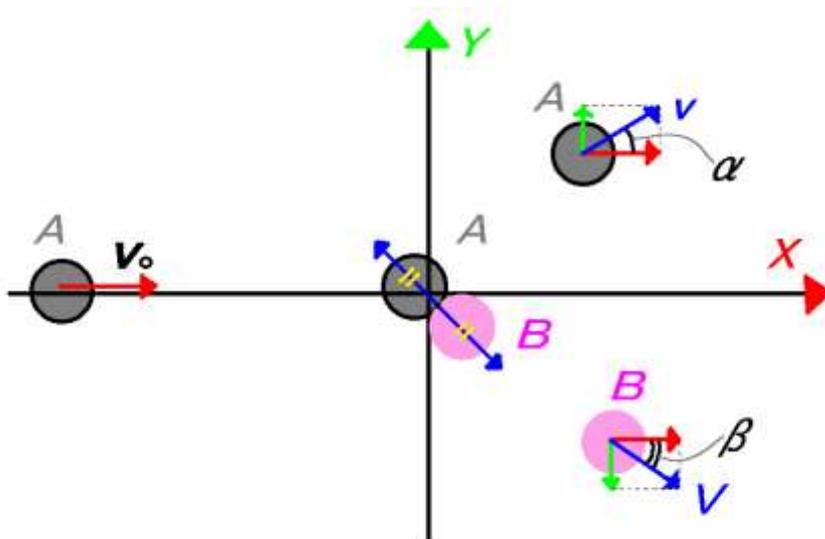


<仮説>

- 物体が重くて硬いほど反発係数が高いので、単独で飛ばしたものとぶつけたものの誤差が少なくなる
- 式: $v = \sqrt{2gh}$ より、同じ高さから飛ばすと、重たさに関係無く飛んだ距離が等しくなる
- (資料1) より、反発係数 $e = 1$ に近ければ近いほど当たって開いた角度を足したら 90° に近づく

(資料1)

衝突後の運動の角度



Aをmkg、BをMkgとする。

・ A+Bの力積と運動量の関係より

$$X; \quad m v_0 = m v \cos \alpha + M V \cos \beta \dots\dots\dots ①$$

$$Y; \quad 0 = m v \sin \alpha - M V \sin \beta \dots\dots\dots ②$$

・ A+Bの運動エネルギーの保存より (e=1の場合)

$$1/2 m v_0^2 = 1/2 m v^2 + 1/2 M V^2 \dots\dots\dots ③$$

・ m=Mのとき

$$① \rightarrow v_0 = v \cos \alpha + V \cos \beta \dots\dots\dots ①'$$

$$② \rightarrow v \sin \alpha = V \sin \beta \dots\dots\dots ②'$$

$$③ \rightarrow v_0^2 = v^2 + V^2 \dots\dots\dots ③'$$

辺々①' + ②' して

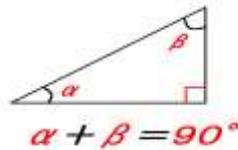
$$v_0^2 = v^2 + V^2 - 2 v_0 V \cos \beta \dots\dots\dots ④$$

$$③' \quad ④ \text{より} \quad V = v_0 \cos \beta \dots\dots\dots ⑤$$

$$v = v_0 \sin \beta \dots\dots\dots ⑥$$

$$②' \text{に} ⑤⑥ \text{を代入して} \quad \sin \beta \sin \alpha = \cos \beta \sin \beta$$

$$\text{よって} \quad \sin \alpha = \cos \beta$$



- ・ 15° で衝突させたのでぶつけられた方は15° の方向に飛んでいく
- ・

<実験結果>

	(高さ)	(飛んだ距離)
・ ピン球→ピン球	60cm	0.77m、0m (測定不能)
	50cm	0.69m、0m
	40cm	0.64m、0m
・ ビー玉→ビー玉	60cm	0.98m、0m
	50cm	0.87m、0m
	40cm	0.78m、0m
・ 鉄球→鉄球	60cm	0.92m、0m
	50cm	0.88m、0m
	40cm	0.78m、0m
・ ピン球 (単独)	60cm	0.77m
	50cm	0.69m
	40cm	0.62m

- ビー玉 (単独) 60 cm 0.89 m
 50 cm 0.79 m
 40 cm 0.69 m
- 鉄球 (単独) 60 cm 0.96 m
 50 cm 0.92 m
 40 cm 0.81 m
- ピン球 (15°) 50 cm 0.5 m (43°)、0.55 m (57°)
- ビー玉 (15°) 50 cm 0.6 m (44°)、0.57 m (51°)
- 鉄球 (15°) 50 cm 0.85 m (23°)、0.37 m (67°)

* 測定不能になった理由はあまりにも飛ばず床に落ちる前に器具に当たり、ほとんど飛ばなかったから。

* 角度は入射方向に対してのもの (参考: 資料1)

<計算結果>

- 単独飛ばしたものの計算値 (有効数字4桁)

鉛直方向について $h = \frac{1}{2} g t^2$ より ($h = 0.75$)

$$t = 0.391$$

水平方向について $v = \sqrt{2 g h}$ より

$$x = v \times t$$

$$= 1.73 \times \sqrt{h} \text{ (m)}$$

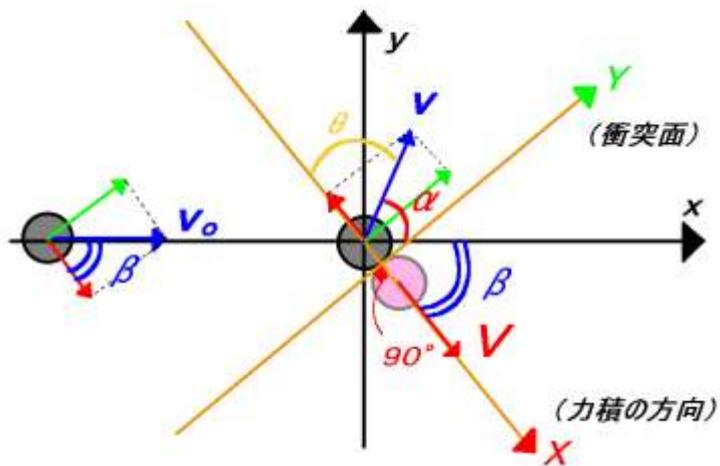
$h = 0.6$ のとき $x = 1.340$ (m)

$h = 0.5$ のとき $x = 1.223$ (m)

$h = 0.4$ のとき $x = 1.094$ (m)

- 実験結果から求めた反発係数の値

反発係数の求め方



・ 反発係数

$$\theta = 180^\circ - (\alpha + \beta) \text{ とおくと}$$

$$e = (V + v \cos \theta) / v_0 \cos \beta$$

* 初速度は時間に理想値 ($t = 0.391$) を使って実験結果の単独で飛ばしたものの距離を割ったものとする

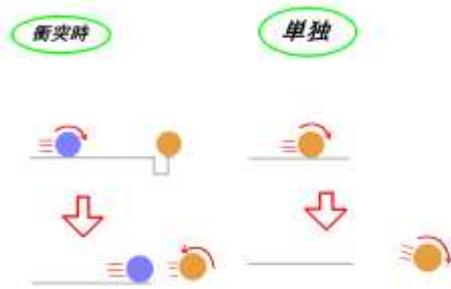
ピン球→ピン球 (60)	$e = 1.000$
(50)	$e = 0.999$
(40)	$e = 1.032$
ビー玉→ビー玉 (60)	$e = 1.101$
(50)	$e = 1.102$
(40)	$e = 1.072$
鉄球→鉄球 (60)	$e = 0.958$
(50)	$e = 0.957$
(40)	$e = 0.963$
ピン球→ピン球 (15°)	$e = 0.777$
ビー玉→ビー玉 (15°)	$e = 0.975$
鉄球→鉄球 (15°)	$e = 0.946$

<考察>

反発係数が1を超えた理由

・ ピン球の場合

ピン球が軽くて表面積が大きく空気抵抗と回転の影響を受けやすい。
よって、ぶつけたほうが距離がのびる。



- ビー玉の場合
ビー玉が飛び出してからぶつかるまでの距離が少し開いていたため、斜方投射のようになってしまった。



- 鉄球の場合
当たる距離や大きさ、重さが上のような失敗がなく誤差があまりでなかった。
- 普通、高校の力学では衝突や投射などの運動は質点でしか扱わないので、今回のように大きさを持つ物体の運動を推測するためには回転することを考慮にいれなければならず、それが今回もっとも計算するにあたって誤差が生じた結果につながった。

<まとめ>

- 考察でまとめた要因以外にも空気抵抗、斜面での摩擦や斜面を転がることによるエネルギーの消耗によって実験結果と計算で求めた理想値がずれたのだと推測される。この実験を通して、計算で現実世界の運動を予測する難しさがよくわかった。力学という学問の最大の成果は、ミサイルを敵陣に命中させるためなどの軍事的な分野だった

と聞いたことがある。比較的簡単だと思われるこの運動にもこれだけたくさんの誤差を生じる要因があり、実際の測定値を正確に求めることはかなり難しかった。今回の実験で僕たちは高校生にできる限界を感じたのと同時に、今回の実験でネックになった回転する物体についての計算方法などさらに発展させた分野への関心を深めることになった。また、自分たちで実際に実験し、試行錯誤することで力学という分野の、机の上での学習だけではわからない本質みたいなものに近づくことが出来たと思う。それに、自分の力で実験をして、研究することがどれほど大変で時間がかかり、多くのことを学べるのかがよくわかった。今までは、インターネットや本からからとってきたものをそのまま研究としたりして、自分ではほとんど考えたり努力していなかったし、得る知識も少なかった。また、新しい発想や考えが浮かんだときや実験がうまくいったときの面白さや喜びも知ることができたと思う。