

# ばねを用いた振り子の動きについて ～単弾性振り子と正弦波～

徳島県立城南高等学校応用数理科 3 年

長尾 光一朗      入山 志乃助      前田 大貴

## 目次

|                 |   |
|-----------------|---|
| 1. 動機及び目的       | 2 |
| 2. 実験において       | 3 |
| 3. 実験Ⅰ          | 4 |
| 4. 実験結果と考察Ⅰ     | 5 |
| 5. 実験Ⅱ          | 6 |
| 6. 実験結果と考察Ⅱ     | 7 |
| 7. まとめの考察と今後の展望 | 8 |

## 1. 動機及び目的

振り子には、ブランコのような動きの単振り子や、上下に振動する鉛直ばね振り子、左右に振動する水平ばね振り子がある。また、さらに複雑なものとして二重振り子などといったものもある。そのなかで、私たちは振り子の糸のかわりにばねを用い、単振り子と同様に運動させた、一種の「ばね振り子」を目にした。それは他のどれとも異なる、奇妙な運動をしているように見え、その運動のメカニズムを解明したいと考えたため、この研究に取り組んだ。

これに関する先行研究等の事例はほとんどなく、調べた限りでは情報が極端に少ない。今回の研究ではこのばね振り子の動きを数値で表し、グラフや数式を用いてばね振り子の特異性を発見することを目標とする。

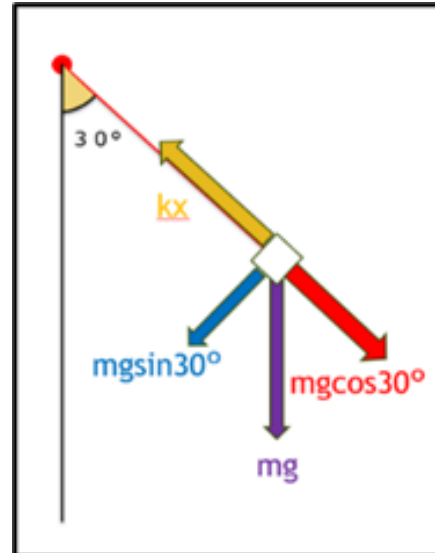
## 2. 実験において

前述における、「糸のかわりにばねを用い単振り子と同様に運動させた」ものを、ここでは「単弾性振り子」と呼称する。また、続く実験Ⅰ・Ⅱは、以下の条件に従って行っている。

□実験の条件について

- ・ 振れ角は  $30^\circ$
- ・ 運動開始時、おもりにかかる力を単振り子と同様にするため、ばねは 10, 4cm 引き伸ばした状態にする。

図1 重力と張力



### 3. 実験 I

ばねにおもりを吊り下げ、おもりが静止した位置を原点とした、x-y 座標平面でおもりの位置を表す。  
なお、座標の測定にはパソコンの動画編集ソフトを用いている。

#### 《実験に用いたもの》

実験用スタンド    つりばね    分度器    おもり  
頑丈な糸(風糸)    カメラ(スマホ)    パソコン

#### 《実験の手順》

- ①スタンドにばねを吊り下げ、ばねにおもりを吊るす。
- ②①の向かいに、カメラを設置する。
- ③①に分度器を掛け、糸でばねの固定部をゆるく留める。
- ④動画を撮影し、動画編集ソフトで座標をとる。

これは、縮尺をあわせた方眼紙の画像を動画の背景に透かし、固定して座標をとるという方法を用いている。  
Excel を用いて座標のデータをグラフにし、考察する。

図2 撮影の様子



## 4. 実験結果と考察 I

x はおもりの水平方向の動きを表し、y はおもりの鉛直方向の動きを表している。t は時間を表す。

(i) おもりの水平方向

- ・ 最大値 145mm (t=1.5)
- ・ 最小値 -140mm (t=3.3)

【縦軸】 おもりの左右の動き (mm)

【横軸】 時間 (s)

《グラフから読み取れること》

振動ごとに振幅が変化しており、  
山と谷の時間間隔はほぼ一定である。

しかし t=1.4 にて他と違う変化がみられ

(ii) おもりの鉛直方向

- ・ 最大値 84.2mm  
(t=0.8, 1.5, 4.3, 4.4)
- ・ 最小値 -25.8mm (t=1.1)

【縦軸】 おもりの上下の  
動き (mm)

【横軸】 時間 (s)

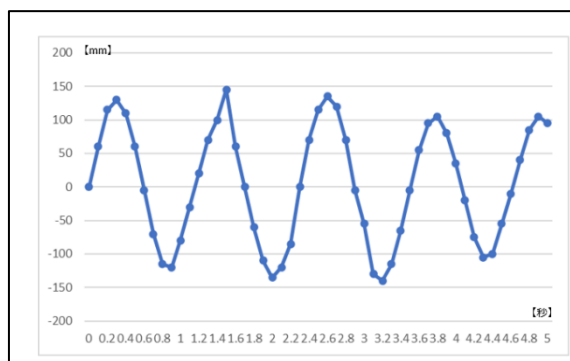


図2 x-t グラフ

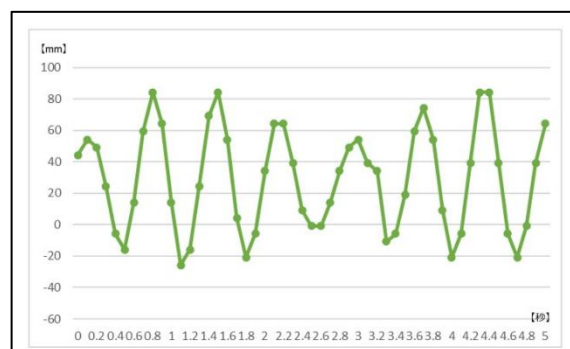


図3 y-t グラフ

《グラフから読み取れること》

振幅が大きく変化している。また、t=3.2 にて他と違う変化がみられた。

### □考察

・ x, y のグラフにある、結果でも言及した t=1.4 と t=3.2 の点は、単弾性振り子の特性であると思われる。

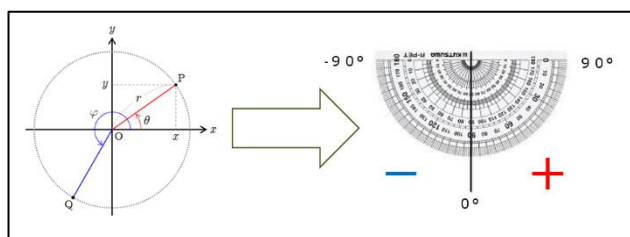
また、これが計測誤差であるという可能性は、0.1 秒間隔で計測しているので小さいと思われる。

## 5. 実験Ⅱ

ばねとスタンドの接点を原点とした、極座標でおもりの位置を表す。実験に用いたもの、手順は実験Ⅰと同様である。

《極座標のとり方》

図4 極座標の適用



右図のように、角度と原点からの距離で位置を示す。角度は右側を正、左側を負としている。

角度は、図に表す、角度  $0^\circ$  の線とばねとの間にできる角を測る。また実験Ⅰと同様に、動画の背景に極座標の用紙の画像を透かし、座標をとっている。

## 6. 実験結果と考察Ⅱ

$r$  は原点からの距離を、 $\theta$  は角度を表す。時間は  $t$  とする。

(i) 原点からの距離

- ・ 最大値 36.5cm ( $t=0.8$ )
- ・ 最小値 24.0cm  
( $t=1.1, 3.4$ )

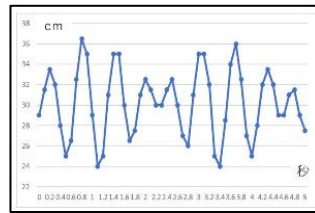


図5  $r-t$  グラフ

【縦軸】 原点からの距離 (cm)

【横軸】 時間 (s)

《グラフから読み取れること》

山と谷の間隔がほぼ一定で、振動ごとに振幅が大きく変化していることがわかる。また、 $t=2.3$  付近を境に、同じ様な波形が繰り返されている。

(ii) 角度

- ・ 最大値  $29^\circ$  ( $t=4.8$ )
- ・ 最小値  $-29^\circ$   
( $t=1.9, 2.0$ )

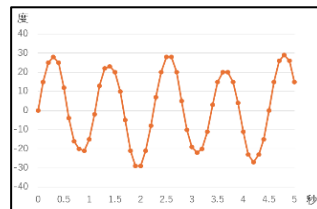


図6  $\theta-t$  グラフ

【縦軸】 角度 ( $^\circ$ )

【横軸】 時間 (s)

《グラフから読み取れること》

山と谷の間隔はほぼ一定。 $r-t$  グラフと同様、 $t=2.3$  付近で、同じ様な波形が繰り返されている。



## 7. まとめの考察と今後の展望

### □考察

r-t グラフと  $\theta$ -t グラフは、ともに音波のうなりのグラフに類似しているのではないかと考えた。

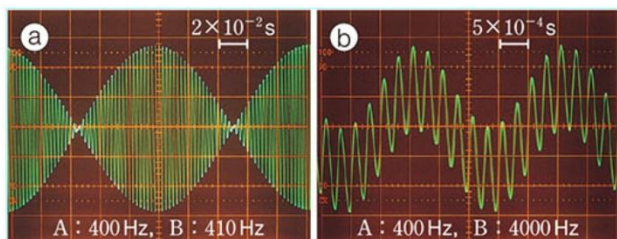


図 7 うなりのグラフ 数研出版 新編物理基礎より

うなりのグラフは正弦波を二つ足した式で表すことができるため、単弾性振りの動きも同様に表すことができると考えた。そこで、グラフ作成アプリを用いた近似のグラフを作成し、その時の各定数の値を出してみた。

図 8 近似の r-t グラフ

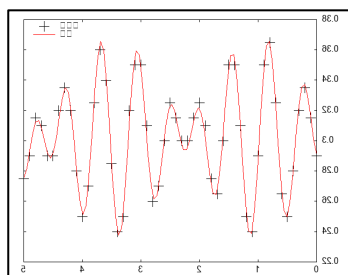
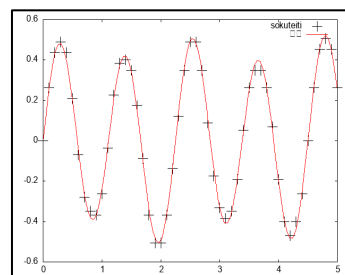


図 9 近似の  $\theta$ -t グラフ



その結果、右の図のようになった。  
また、下の図にあるように  
A~G の定数で表されることから、実験において変更可能である「おもりの質量」「ばね定数」「ばねの長さ」「振れ角」

#### 【 $\theta$ -tについて】

a=0.455719 ± 0.003985  
b=5.56049 ± 0.005903  
c=0.0562171 ± 0.01674  
d=0.0687034 ± 0.003985  
e=2.96748 ± 0.03994  
f=-0.447115 ± 0.1088  
g=0.00248241 ± 0.00279

#### 【r-tについて】

a=0.0374773 ± 0.0007269  
b=11.1263 ± 0.0139  
c=4.81081 ± 0.03955  
d=0.0282582 ± 0.0007295  
e=8.56076 ± 0.01833  
f=1.11379 ± 0.05253  
g=0.302587 ± 0.0005073

$$\text{『Asin(Bt+C)+Dsin(Et+F)+G』}$$

図 10 単弾性振りの近似式

を変更することで、波形を変えることができるのではないかと考えた。しかし、それらの数値と定数の関係はまだ分かっていないので、これから追加実験を行う必要がある。

### 今後の展望

近似で得られた数値が、ばね定数やおもりの質量によってどのように変化するかを調べるため、対照実験や考察を重ねていきたい。